

L'Académie norvégienne des Sciences et des Lettres a décidé d'attribuer le Prix Abel 2004 conjointement à

Sir Michael Francis Atiyah
Université d'Edinburgh

et

Isadore M. Singer
Massachusetts Institute of Technology

« pour la découverte et la démonstration du théorème de l'indice d'Atiyah-Singer, qui unifie la topologie, la géométrie et l'analyse, et pour leur rôle déterminant dans l'établissement de nouvelles passerelles entre les mathématiques et la physique théorique. »

Le second Prix Abel est conjointement attribué à Michael Francis Atiyah et à Isadore M. Singer. Le théorème de l'indice d'Atiyah-Singer est l'une de grandes avancées des mathématiques du XXe siècle et a eu un impact inappréciable sur nombre des plus grands développements ultérieurs qu'ont connu la topologie, la géométrie différentielle et la théorie des champs quantiques. Ses auteurs, ensemble et individuellement, ont largement contribué à un rapprochement entre le monde des mathématiques et celui de la physique théorique des particules, lançant un processus d'enrichissement mutuel qui a été un des phénomènes les plus captivants de ces dernières décennies.

Nous décrivons le monde en mesurant des quantités et des forces qui changent dans le temps et dans l'espace. Les lois de la nature sont souvent exprimées par des formules qui expliquent ces changements, les équations dites différentielles. Ces formules peuvent avoir un "indice", qui est le nombre de solutions de ces formules moins le nombre de restrictions qu'elles imposent à la valeur des quantités calculées. Le théorème de l'indice calcule ce nombre exprimé par la forme de l'espace environnant.

Un exemple simple pouvant servir d'illustration est la fameuse gravure paradoxale de M.C. Escher, "Ascending and Descending", où les personnages, tout en montant/descendant sans cesse des escaliers, ne font pourtant que le tour de la cour du château. Le théorème de l'indice leur aurait révélé que leur tâche est impossible!

Le théorème de l'indice de d'Atiyah-Singer a été le sommet et le couronnement d'une évolution plus que centenaire des idées, du théorème de Stokes, que les étudiants apprennent dans les classes d'analyse mathématique, aux théories modernes les plus sophistiquées, comme la théorie des intégrales harmoniques de Hodge et le théorème de la signature de Hirzebruch.

Le problème résolu par le théorème d'Atiyah-Singer est véritablement omniprésent. Dans les quarante ans qui ont suivi sa découverte, ce théorème a trouvé d'innombrables applications, d'abord dans les mathématiques, puis, depuis la fin des années 1970, dans la physique théorique: théorie de jauge, instantons, monopoles, théorie des cordes, théorie des anomalies, etc.

Dans un premier temps, les applications à la physique ont pris les communautés mathématiques et physiques totalement au dépourvu. Aujourd'hui, le théorème de l'indice est devenu partie intégrante de leurs cultures respectives. Atiyah et Singer, ensemble et à titre individuel, se sont montrés inlassables dans les efforts qu'ils ont déployés pour expliquer aux mathématiciens les avancées réalisées par les physiciens. Dans le même temps, ils ont porté à l'attention des physiciens la géométrie différentielle moderne et l'analyse telles qu'elles sont appliquées à la théorie des champs quantiques, et suggéré de nouvelles voies de recherche dans la physique proprement dite. Cet enrichissement croisé continue à se montrer fructueux pour les deux disciplines scientifiques.

Michael Francis Atiyah et Isadore M. Singer comptent parmi les mathématiciens les plus influents du siècle passé et sont encore en activité. Par leur théorème de l'indice, ils ont remodelé le paysage des mathématiques. Pendant une période de vingt ans, ils ont travaillé ensemble au théorème de l'indice et à ses ramifications.

Atiyah et Singer venaient à l'origine de différents champs des mathématiques: Atiyah de la géométrie algébrique et de la topologie, Singer de l'analyse. Les principales contributions qu'ils ont apportées à leurs disciplines respectives sont aussi largement reconnues. Les premiers travaux d'Atiyah, consacrés aux formes méromorphes dans les variétés algébriques, et son important article, datant de 1961, consacré aux complexes de Thom. en sont deux exemples. L'œuvre pionnière d'Atiyah, aux côtés de Friedrich Hirzebruch, consacrée au développement d'un analogue topologique à la K-théorie de Grothendieck, a trouvé de nombreuses applications dans les problèmes classiques de topologie ; il s'est par la suite avéré qu'il était étroitement lié au théorème de l'indice.

Singer a jeté les bases du sujet des algèbres à opérateur triangulaires (aux côtés de Richard V. Kadison). Le nom de Singer est aussi associé au théorème de l'holonomie d'Ambrose-Singer et à l'invariant de torsion de Ray-Singer. Avec Henry P. McKean, Singer a attiré l'attention sur l'information géométrique profonde cachée dans les noyaux de la chaleur, une découverte qui a eu un impact déterminant.

Isadore M. Singer est né en 1924 à Detroit et a passé sa licence à l'université du Michigan en 1944. Après avoir passé son PhD (doctorat) à l'université de Chicago en 1950, il rejoint les rangs des universitaires au Massachusetts Institute of Technology (MIT). Singer a effectué l'essentiel de sa carrière au MIT, où il est actuellement professeur (Institute Professor).

Singer est membre de l'American Academy of Arts and Sciences, de l'American Philosophical Society et de la National Academy of Sciences (NAS). Il a été membre du conseil de direction de la NAS et du conseil de direction du National Research Council. Il a aussi été conseiller scientifique de la Maison Blanche. Singer a été Directeur adjoint de l'American Mathematical Society de 1970 à 1972.

En 1992, Singer a reçu le Prix de l'American Mathematical Society pour ses éminents services rendus au public (Award for Distinguished Public Service). La citation a reconnu « sa contribution exceptionnelle à sa profession et plus largement à la science et au bien public ».

Il a entre autres reçu le Prix Bôcher (1969) et le Prix Steele pour l'œuvre d'une vie (Prize for Lifetime Achievement, 2000), les deux décernés par l'American Mathematical Society, la Médaille Eugene Wigner (1988) et la National Medal of Science (1983).

Quand Singer s'est vu décerner le Prix Steele, sa réponse, publiée dans les Notices of the American Mathematical Society, a été: « Pour moi, la salle de classe est le juste pendant de ma recherche. J'aime enseigner aux jeunes étudiants de tous les niveaux, et j'ai connu une multitude d'étudiants, dont beaucoup m'ont appris plus de choses que je ne leur en ai transmis ». Singer a aussi écrit des manuels réputés qui ont inspiré des générations entières de mathématiciens.

Michael Francis Atiyah est né en 1929 à London. Atiyah passe sa licence (B.A.) et son doctorat au Trinity College de Cambridge. Atiyah a effectué l'essentiel de sa carrière universitaire à Cambridge et à Oxford. Il a occupé plusieurs postes de premier plan, dont la très prestigieuse Savilian Chair of Geometry d'Oxford et le poste de Master (directeur) of Trinity College à Cambridge. Atiyah a aussi été professeur de mathématiques à l'Institute for Advanced Study de Princeton.

Atiyah a apporté un nouvel élan aux mathématiques britanniques durant ses années passées à Oxford et à Cambridge. Il a aussi été l'élément moteur de la création de l'Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences à Cambridge, dont il fut le premier directeur. Atiyah est aujourd'hui à la retraite et professeur honoraire de l'université d'Edinburgh.

Michael Francis Atiyah a reçu de nombreux honneurs au cours de sa carrière, dont la Médaille Fields (1966). Il est élu membre (Fellow) de la Royal Society en 1962, à un âge de 32 ans. Il a reçu la Royal Medal de la Société en 1968 et sa Copley Medal en 1988. Atiyah a été président de la Royal Society de 1990 à 1995. Atiyah a aussi été président de la London Maths Society (1974 – 1976). Il a en outre joué un rôle important dans la conception de l'actuelle Société européenne de mathématiques (EMS).

Atiyah est à l'origine de la fondation de l'Inter-Academy Panel qui réunit un grand nombre des académies des sciences de la planète. Ce panel inter-académies est aujourd'hui établi sur une base permanente et jouera un rôle majeur dans l'intégration des politiques scientifiques partout dans le monde. Atiyah a aussi été parmi ceux qui ont pris l'initiative de créer l'Association des Académies européennes (ALLEA). Atiyah a été président des Conférences Pugwash (Pugwash Conferences on Science and World Affairs).

Parmi les prix qui lui ont été décernés, on relève le Prix Feltrinelli de l'Accademia Nazionale dei Lincei (1981) et le Prix international de la science du roi Faisal (King

Faisal International Prize for Science, 1987). Michael Francis Atiyah a été anobli en 1983 et décoré de l'Ordre britannique du mérite en 1992.

Le Prix Abel a une valeur de 6.000.000 NOK (875.000 USD, 475.000 GBP, 710.000 EUR) et a été attribué pour la première fois en 2003 à Jean-Pierre Serre.