THE ABEL PRIZE 2019

قررت الأكاديمية النرويجية للعلوم والآداب منح جائزة أبل لعام 2019 إلى السيدة كارن كيسكولا اهلينبيك Keskulla Uhlenbeck جامعة تكساس اوستن :

تكريما لإنجازاتها الرائدة في المعادلات التفاضلية الجزئية الهندسية ونظرية المعيار والأنظمة قابلة التكامل وللأثر الأساسي لعملها على التحليل والهندسة والفيزياء الرياضية.

كارن كيسكولا اهلينبيك تعد من مؤسسي التحليل الهندسي الحديث. تغلغلت وجهة نظرها في الميدان وأدت إلى تحقيق بعض من أكثر التطورات المذهلة في الرياضيات في الأربعين سنة الأخيرة.

إن التحليل الهندسي أحد مجالات الرياضيات تمتزج فيه تقنيات التحليل والمعادلات التفاضلية مع دراسة المسائل الهندسية والطبولوجية، على وجه التحديد يدرس المرء أشياء كمثل المنحنيات والسطوح والصلات والحقول كنقاط حرجة لوظائف تمثل كميات هندسية مثل الطاقة والحجم. على سبيل المثال تعتبر السطوح الأصغرية نقط حرجة للمساحة والتطبيقات التوافقية نقاطا حرجة لطاقة ديريكلي. إن الإسهامات الرئيسية لاهلينبيك تشمل نتائج تأسيسية قي مجالات السطوح الأصغرية والتطبيقات التوافقية ونظرية يانغ ميلز والأنظمة قابلة التكامل.

السطوح الأصغرية وتحليل الفقاعات

هناك أداة هامة في التحليل الشامل سبقت اهلينبيك وهي شرط التراص لبالي وسمل (Palais-Smale). يضمن هذا الشرط المستوحي من أعمال مورس (Morse) وجود حدود دنيا للوظائف الهندسية ولقي نجاحا في المجالات ذات البعد الواحد كالجيوديسيات المغلقة.

لقد أدركت اهلينبيك أن شرط التراص لايصلح في السطوح لأسباب طوبولوجية.

إن مقالات اهلينبيك مع صاكس (Sacks) حول وظيفة الطاقة لتطبيقات السطوح

نحو منوعات ريمان (Riemann) كانت ذات أثر عميق وحددت بدقة ماذا

يحدث حين ينتهك شرط التراص. توجد متتالية دنيا مكونة من تطبيقات تقارب خارج مجموعة محدودة من النقط المنفردة. وباستعمال حجة إعادة القياس استطاعا وصف السلوك

قرب النقاط الشاذة كفقاعات أو اونستانتوس (Instantonos) والتي تعد الحلول المعروفة

للتطبيقات الدنيا من الأجسام الكروية ذات بعدين نحو المنوعة المستهدفة.

في الأبعاد الأعلى وبتعاون مع شوين (Schoen) أنجزت اهلينبيك مقالين مؤسسين

حول تحقيق الحد الأدنى للتطبيقات التوافقية. حيث مكنوا من فهم عميق للحلول الشاذة

للمعادلات التفاضلية الغير الخطية البيضاوية (Elliptic).

إن المجموعة الشاذة التي تتكون في حالة السطوح من نقط معزولة تصبح في الأبعاد الأعلى مكونة من مجموعة ثلاثية البعد المشترك.

إن المنهجيات المستعملة في هادين المقالين الثوريين هي الآن من الأدوات الأساسية المستعملة من طرف أي مختص في مجال الهندسة والتحليل، تم تطبيق هده المنهجيات بنجاح كبير في دراسة عدد من المعادلات التفاضلية، في دراسة مسألة يامابي"

(Yamabe) في أعمال كروموف (Gromov) حول المنحنيات الشبه الهولومرفية

وفي التطبيقات الفيزيائية لانستانتوس خاصة في نظرية الأوتار.

نظرية المعيار ونظرية يانغ ميلز

بعد استماعها لمحاضرة لعطية في شيكاغو أصبحت اهلينبيك مهتمة بنظرية المعيار. ومن تم أنجزت عملا رائدا حول معادلات يانغ ميلز من وجهة نظر تحليلية صارمة. لقد شكل عملها قاعدة لكل الأعمال التي جاءت بعده في مجال نظرية المعيار.

تستعمل نظرية المعيار حزمة شعاعية فوق متنوعة ريمانية ووصلات الحزمة هي الأشياء الأساسية التي تتم دراستها. بعد اختيار تسطيح للحزمة يمكن تمثيل وصلة بمصفوفة.
وصلات يانغ ميلز هي نقط حرجة لوظائف ثابتة المعيار. عالجت اهلينبيك السؤال المحوري

ونجحت في حله بالتعبير عن معادلات يانغ ميلز كأنظمة بيضاوية وذلك باستعمال ما يسمى بمعيار كولمب كانت هذه هي نقطة البداية لمبرهنة التراص لاهلينبيك التي لقيت صدى واسعا والتي تمحورت حول الوصلات ذات الانحناء المحصور في لب من جهة، ومن جهة أخرى لعملها اللاحق حول إزالة شاذات معادلات يانغ ميلز فوق كرات بأربعة أبعاد وذات ثقب. في الأبعاد الأعلى تمت معالجة نظرية إزالة الشاذات لمعادلة يانغ ميلز في وقت لاحق في أعمال غانغ تيان وترنس طاو. كانت مبرهنة التراص لا هلينبيك حاسمة في نظرية هودج الغير المتبادلة وعلى وجه الخصوص في البرهنة على أن تطبيق هيتشن لائق، كما كانت حاسمة في النتيجة المهمة لكورليت حول وجود تطبيقات توافقية متساوية.

وهناك نتيجة رئيسية أخرى توصلت إليها اهلينبيك وهي عملها المشترك مع ياو حول وجود وصلات يانغ ميلز هرموسية للحزمات الشعاعية الثابتة والهولومرفية فوق متنوعات معقدة بحيث عممت نتيجة سابقة لدونا لدسون حول السطوح المعقدة.

هذه النتيجة لا هلينبيك دونا لدسون ياو تربط تطورات في الهندسة التفاضلية والهندسة الجبرية. وهي نتيجة تأسيسية لتطبيقات السلاسل المتغايرة في فيزياء الجسيمات.

إن أفكار ا هلينبيك بوضعها الأسس التحليلية لتطبيق نظرية المعيار في الهندسة والطوبولوجيا فتحت الطريق للعمل الرائد لتوبس حول التصاق متنوعات ذات أربعة أبعاد، ولعمل دونا لدسون المتميز حول نظرية المعيار والمتنوعات الطوبولوجيا ذات أربعة أبعاد ولأعمال عديدة في هذا المجال. إن الكتاب الذي ألفته اوهلينبيك بتعاون مع دان فريد بعنوان "انستانتون والمتنوعات الطوبولوجيا ذات أربعة أبعاد" ألهم جيلا من أخصائي الهندسة التفاضلية. واصلت اوهلينبيك العمل في هذا المجال وحصلت على نتيجة ذات أهمية بتعاون مع ليسلي سبينسروروبر سبينسر حول الحلول الغير الثنائية لمعادلات يانغ ميلز.

الأنظمة قابلة التكامل والتطبيقات التوافقية.

تستمد دراسة النظم القابلة التكامل جدورها في الميكانيكا الكلاسيكية للقرن التاسع عشر. باستعمال لغة نظرية المعيار أدرك كل من اهلينبيك وهيتشن أن التطبيقات التوافقية انطلاقا من السطوح نحو الفضاءات المتجانسة تأتي كأسر ذات معامل ببعد واحد. وانطلاقا من هذه الملاحظة وصفت اهلينبيك جبريا التطبيقات التوافقية التي تنطلق من الكرات نحو كراسمانيان بربطها بنظام قابل التكامل ذا بعد لا متناهي، وبأفعال فيرا زورو. أدى هذا العمل التأسيسي إلى سلسلة من المقالات بتعاون بين اهلينبيك وشوليان ترن حول هذا الموضوع مما أدى إلى خلق مدرسة نشطة ومثمرة.

يتجاوز تأثير عمل اهلينبيك المحوري التحليل الهندسي. تم تكريس مقال مبكرومؤثر للغاية لدراسة نظرية انتظام حلول معادلات غير خطية وبيضاوية ذات صلة بتطبيق حرج لوظائف الطاقة بين متنوعات ريمانية. يعد هذا العمل تطويرا لأعمال سابقة لناش ودي جورجيو وموزر.

كانت للنتائج الرائدة التي حققتها كارين اهلينبيك تأثيرا جوهريا على التحليل المعاصر والهندسة والفيزياء الرياضية، وغيرت أفكارها ودورها الرائد مشهد الرياضيات ككل.