

Die Norwegische Akademie der Wissenschaften hat beschlossen,
den Abel-Preis des Jahres 2007 an

Srinivasa S. R. Varadhan

Courant Institute of Mathematical Sciences, New York

zu verleihen,

**und zwar für seine grundlegenden Beiträge zur Wahrscheinlichkeitstheorie
und vor allem für die Entwicklung einer allgemeinen
Theorie der großen Abweichungen.**

Die Wahrscheinlichkeitstheorie ist das mathematische Werkzeug für die Untersuchung von Situationen, in denen der Zufall eine Rolle spielt. Das Gesetz der großen Zahlen, im 18. Jahrhundert von Jacob Bernoulli entdeckt, besagt, dass das durchschnittliche Ergebnis einer langen Reihe von Münzwürfen gewöhnlich dem Erwartungswert sehr nahe kommt. Doch das Unerwartete kann geschehen, und die Frage ist: wie kommt es zustande? In der Theorie der großen Abweichungen geht es um das Auftreten von seltenen Ereignissen, und das hat konkrete Anwendungen in so unterschiedlichen Gebieten wie Physik, Biologie, Wirtschaftswissenschaften, Statistik, Informatik und Ingenieurwissenschaften.

Nach dem Gesetz der großen Zahlen konvergiert die Wahrscheinlichkeit einer ein bestimmtes Maß übersteigenden Abweichung gegen Null. Für die praktische Anwendung ist es jedoch wichtig zu wissen, wie schnell das geschieht. Das hängt zum Beispiel eng mit der Frage zusammen, wie hoch die Kapitalreserven eines Versicherungsunternehmens sein müssen, damit die Wahrscheinlichkeit einer Zahlungsunfähigkeit unter einem akzeptablen Niveau bleibt. Bei der Untersuchung solcher versicherungsmathematischer „Ruinprobleme“ entdeckte Harald Cramér 1937, dass die üblichen Approximationen auf der Grundlage des zentralen Grenzwertsatzes (illustriert durch die Gaußsche Glockenkurve) in die falsche Richtung führen. Er entwickelte die ersten präzisen Abschätzungen großer Abweichungen für eine Folge von unabhängigen Zufallsvariablen. Es sollten dann noch 30 Jahre vergehen, bis Varadhan die zugrunde liegenden allgemeinen Prinzipien entdeckte und deren enorme Reichweite deutlich machte, weit über den klassischen Rahmen von unabhängigen Versuchsreihen hinaus.

In seiner 1966 veröffentlichten zentralen Arbeit „Asymptotic probabilities and differential equations“ und seiner überraschenden Lösung des Polaron-Problems der Euklidischen Quantenfeldtheorie (1969) begann Varadhan, eine allgemeine Theorie der großen Abweichungen zu entwickeln, die über eine rein quantitative Verbesserung von Konvergenzraten weit hinausgeht. Er geht vielmehr um die fundamentale Frage, wie sich ein stochastisches System qualitativ verhält, wenn es von dem durch ein Gesetz der großen Zahlen vorhergesagten ergodischen Verhalten abweicht, oder wenn es als kleine zufällige Störung eines deterministischen Systems auftritt. Der Schlüssel zur Antwort ist ein weit reichendes Variationsprinzip, mit dem das unerwartete Verhalten anhand eines neuen Wahrscheinlichkeitsmodells beschrieben wird, welches einen passenden Entropieabstand zum ursprünglichen Modell minimiert. In einer Reihe von gemeinsamen Arbeiten mit Monroe D. Donsker zur

Hierarchie der großen Abweichungen im Rahmen von Markoffschen Prozessen zeigte Varadhan die Relevanz und die Tragweite dieses neuen Ansatzes. Eine beeindruckende Anwendung ist der Beweis einer Vermutung von Mark Kac über die Langzeitasymptotik einer Tubenumgebung des Brownschen Pfades, der nach dem Mathematiker Norbert Wiener benannt „Wiener-Wurst“.

Varadhans Theorie der großen Abweichungen liefert eine umfassende und äußerst effiziente Methode für die Klärung einer Vielfalt von Phänomenen in komplexen stochastischen Systemen, und zwar in so verschiedenen Bereichen wie Quantenfeldtheorie, statistische Physik, Populationsgenetik, Ökonometrie, Finanzmathematik und Verkehrssteuerung in großen Netzwerken. Zugleich erschließt sie neue Möglichkeiten für den Einsatz von Computern zur Simulation und Analyse des Auftretens von seltenen Ereignissen. In den letzten vier Jahrzehnten wurde die Theorie der großen Abweichungen zu einem Eckpfeiler der modernen Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Anwendungen.

Auch in mehreren anderen Bereichen der Wahrscheinlichkeitstheorie sind Varadhan grundlegende Beiträge zu verdanken. Zusammen mit Daniel W. Stroock entwickelte er eine Martingalmethode zur Charakterisierung von Diffusionsprozessen, beispielsweise Lösungen stochastischer Differenzialgleichungen. Dieser neue Ansatz erwies sich als außerordentlich effizient bei der Konstruktion neuer Markoffscher Prozesse wie zum Beispiel unendlich-dimensionale Diffusionen in der Populationsgenetik.

Ein weiteres großes Thema ist die Untersuchung hydrodynamischer Grenzwerte, die das makroskopische Verhalten von sehr großen Systemen interagierender Teilchen beschreiben. Ein erster Durchbruch gelangt Varadhan gemeinsam mit Maozheng Guo und George C. Papanicolaou für so genannte Gradientenmodelle. Varadhan ging aber noch weiter und viel dehnte den Anwendungsbereich der Theorie auf sehr allgemeinere Modelle aus. Seine Ideen haben auch die Untersuchung von Irrfahrten in zufälliger Umgebung stark beeinflusst; hier ist sein Name fest mit der Methode der „Betrachtung der Umgebung aus der Sicht des sich bewegenden Teilchens“ verbunden.

Varadhans Arbeiten zeichnen sich durch große konzeptuelle Stärke und zeitlose Schönheit aus. Seine Ideen haben einen enormen Einfluss ausgeübt und werden noch lange zu weiteren Forschungen anregen.