

L'Académie norvégienne des Sciences et des Lettres a décidé d'attribuer le  
Prix Abel 2007

à

**Srinivasa S. R. Varadhan**

Courant Institute of Mathematical Sciences, New York

**Pour ses contributions fondamentales à la théorie des probabilités et en particulier à la création d'une théorie unifiée des grandes déviations.**

La théorie des probabilités est un outil mathématique destiné à l'analyse de situations régies par le hasard. La loi des grands nombres, découverte par Jacob Bernoulli au XVIII<sup>e</sup> siècle, montre que l'issue moyenne d'une longue série de tirages aléatoires (pile ou face) est généralement proche de la valeur attendue. L'inattendu se produit pourtant, et la question est de savoir comment. La théorie des grandes déviations étudie l'occurrence d'événements rares. Ce sujet a des applications concrètes dans des domaines aussi divers que la physique, la biologie, l'économie, les statistiques, l'informatique et l'ingénierie.

La loi des grands nombres affirme que la probabilité d'une déviation tend vers zéro en dessous d'un niveau donné. Dans les applications pratiques, il est cependant crucial de savoir avec quelle rapidité elle disparaît. Quelles sont par exemple les réserves de capitaux nécessaires à une compagnie d'assurances pour garder la probabilité d'une incapacité de payer en dessous d'un niveau acceptable ? En analysant de tels « problèmes de ruine » des mathématiques pour les compagnies d'assurances, Harald Cramér a découvert en 1937 que les approximations standard fondées sur le théorème de la limite centrale (illustré par la courbe en cloche) sont en fait trompeuses. Il a ensuite déterminé les premières estimations précises des grandes déviations pour une suite de variables aléatoires indépendantes. 30 ans de plus s'écouleront avant que M. Varadhan ne découvre les principes généraux les régissant et ne commence à faire la preuve de leur impact impressionnant, débordant largement du cadre classique des tentatives indépendantes.

Dans son article historique "Probabilités asymptotiques et équations différentielles" paru en 1966 et sa surprenante solution du problème du polaron dans la théorie du champ quantique euclidien en 1969, M. Varadhan a commencé l'ébauche d'une nouvelle théorie des grandes déviations qui était bien plus qu'une amélioration quantitative des taux de convergence. Il répond à une question fondamentale : Quel est le comportement qualitatif d'un système stochastique s'il dévie du comportement ergodique prédit par certaines lois des grands nombres, ou s'il se manifeste comme une petite perturbation d'un système déterministe ? La clé de la réponse est un principe variationnel puissant qui décrit le comportement inattendu dans les termes d'un nouveau modèle probabiliste minimisant une distance d'entropie appropriée à la mesure initiale de probabilité. Dans une série d'articles rédigés en coopération avec Monroe D. Donsker et explorant la hiérarchie des grandes déviations dans le contexte des processus de Markov, M. Varadhan a démontré la pertinence et la puissance de cette approche nouvelle. Une application frappante est leur solution d'une conjecture

de Mark Kac concernant les grands temps asymptotiques d'un voisinage tubulaire de la trajectoire brownienne, dit "saucisse de Wiener".

La théorie des grandes déviations conçue par M. Varadhan est une méthode unifiée et efficace permettant de clarifier une grande variété de phénomènes issus de systèmes stochastiques complexes, dans des domaines aussi divers que la théorie des champs quantiques, la physique statistique, la dynamique des populations, l'économétrie et la science de la finance, et la gestion de la circulation. Elle a aussi permis une expansion considérable de notre capacité à utiliser des ordinateurs pour simuler et analyser l'occurrence d'événements rares. Au cours des quatre dernières décennies, la théorie des grandes déviations est devenue une pierre angulaire de la probabilité moderne, pure comme appliquée.

M. Varadhan a apporté des contributions déterminantes dans plusieurs domaines de la probabilité. Au côté de Daniel W. Stroock, il a conçu une méthode de martingale caractérisant les processus de diffusion, telles que les solutions d'équations stochastiques différentielles. Cette nouvelle approche s'est avérée être une méthode extrêmement puissante de construction de nouveaux processus de Markov, comme les diffusions infini-dimensionnelles qui se produisent dans la génétique d'une population.

Un autre thème majeur est l'analyse des limites hydrodynamiques décrivant le comportement macroscopique de très grands ensembles de particules en interaction. Une première percée fut réalisée en collaboration avec M. Maozheng Guo et M. George C. Papanicolaou sur les modèles gradients. M. Varadhan alla encore plus loin en montrant comment traiter les modèles non gradients, élargissant considérablement les retombées de la théorie. Ses idées ont aussi eu une forte influence sur l'analyse des marches aléatoires en milieu aléatoire. Son nom est maintenant attaché à la méthode permettant de « voir le milieu de la particule en mouvement », une des rares outils généraux de ce domaine.

Les travaux de M. Varadhan ont un grand impact conceptuel et une beauté éternelle. Ses idées ont eu une influence considérable et continueront encore longtemps à stimuler de nouvelles recherches.