

Академия наук Норвегии приняла решение присудить Абелевскую Премию за 2007 г.

Сринивасе С.Р. Варадхану

Институт математических наук им. Куранта, Нью-Йорк

за его фундаментальный вклад в теорию вероятностей, и в особенности за создание единой теории больших отклонений

Теория вероятностей – это математический инструмент анализа ситуаций, управляемых случаем. Закон больших чисел, открытый Якобом Бернулли в восемнадцатом веке, утверждает, что средний результат длинной последовательности подкидывания монеты (т.е. отношение выпадений орла и решки) обычно близок к ожидаемой величине. Но случается и неожиданное, и тогда встает вопрос: Как это произошло?

Теория больших отклонений занимается случаями, когда происходят редкие события. Эта тема может иметь конкретное применение в таких различных областях, как физика, биология, экономика, статистика, информатика и инжиниринг.

Закон больших чисел утверждает, что вероятность того, что отклонение будет выше данного значения, стремится к нулю. Однако, в практическом применении, знание того, как быстро вероятность стремится к нулю, имеет решающее значение. Например, какой надо иметь резерв капитала, чтобы удерживать вероятность разорения страховой компании ниже уровня, считающегося приемлемым? Анализируя такие актуарные «проблемы разорения», Харальд Крамер открыл в 1937 г., что стандартные аппроксимации, основанные на центральной предельной теореме (как это показано на графике нормального распределения), фактически вводят в заблуждение. Затем он нашел первые точные оценки больших отклонений для ряда независимых случайных переменных. Прошло 30 лет, прежде чем Варадхан открыл заложенные в основе этого общие принципы и начал демонстрировать, какую огромную сферу они охватывают, сферу, далеко выходящую за классические рамки независимых экспериментов.

В своем эпохальном труде «Асимптотические вероятности и дифференциальные уравнения» в 1966 г., а также в своем удивительном решении проблемы поларона в евклидовой квантовой теории поля в 1969 г., он начал придавать форму общей теории больших отклонений, ставшей гораздо большим вкладом в науку, чем просто количественным улучшением скоростей сходимости. Эта теория рассматривает фундаментальный вопрос: Каково качественное поведение стохастической системы, если она отклоняется от эргодического поведения, предсказанного одной из версий закона больших чисел, или если она возникает как малая пертурбация детерминистической системы? Ключом к ответу является мощный вариационный принцип, описывающий отклонение системы в терминах новой стохастической модели, минимизирующей подходящее энтропийное расстояние до первоначальной вероятностной меры. В ряде статей, написанных совместно с Монро Д. Донскером, в которых они исследуют иерархию больших отклонений в

контексте процессов Маркова, Варадхан демонстрирует, насколько релевантным и сильным является этот новый подход. Интересным применением является их доказательство одной из гипотез Марка Каца относительно долговременного асимптотического поведения трубчатых окрестностей броуновского движения, т.н. «Винеровской сосиски».

Теория больших отклонений Варадхана дает нам унифицированный и эффективный метод понимания большого количества разнообразных явлений, возникающих в сложных стохастических системах, в таких непохожих областях, как теория квантовых полей, статистическая физика, динамика популяций, эконометрия и финансовая наука, и транспортный инжиниринг. Эта теория также намного расширила нашу возможность использовать компьютеры для симуляции и анализа возникновения редких случаев. В течение последних сорока лет теория больших отклонений стала краеугольным камнем современной теории вероятностей, как в чистой, так и в прикладной математике.

Варадхан внес ключевой вклад и во многие другие области теории вероятностей. В совместном труде с Дэниелом У. Струком он развил мартингальный метод для описания процессов диффузии, как, например, решения стохастических дифференциальных уравнений. Оказалось, что этот новый метод дал возможность необыкновенно эффективного построения новых марковских процессов, например бесконечномерных процессов диффузии, возникающих в популяционной генетике. Другой важной темой является анализ гидродинамических пределов, описывающий макроскопическое поведение очень больших систем взаимодействующих частиц. Прорыв был достигнут в связи с опубликованием совместной с Маозенгом Гуо и Георгом К. Папаниколау работы о градиентных моделях. Варадхан пошел еще дальше, показав, как надо обращаться с неградиентными моделями, тем самым намного расширив сферу применения данной теории. Его идеи оказали также огромное влияние на анализ случайных блужданий в случайной среде. Его имя теперь неразрывно связано с методом «видения среды с движущейся частицы», являющимся одним из общих инструментов в этой области.

Вклад Варадхана в науку имеет огромную концептуальную мощь и непроходящую, вечную красоту. Его идеи продолжают оказывать огромное влияние, и еще долгое время будут оставаться стимулом к дальнейшим научным исследованиям.