

நார்வே அறிவியல் மற்றும் இலக்கிய அகாதமி (The Norwegian Academy of Science and Letters) 2007ஆம் ஆண்டுக்கான ஏபல் விருதினை (Abel Prize) நியூயார்க், கோரன்ட் கணித அறிவியல் நிறுவனத்தின் (Courant Institute of Mathematical Sciences, New York)

திரு பூநீவிவாச எஸ்.ஆர். வரதன் (Srinivasa S. R. Varadhan) அவர்களுக்கு

சாத்தியக்கூறு கோட்பாட்டில் அவர் அளித்த அடிப்படைப் பங்களிப்புக்காக - குறிப்பாக பெருந்த பிறழ்வுகளின் ஒருங்கிணைந்த கோட்பாட்டுக்காக (unified theory of large deviations) வழங்க முடிவு செய்துள்ளது.

சாத்தியக்கூறு கோட்பாடு (probability theory) என்பது வாய்ப்பின் அடிப்படையில் நிர்ணயிக்கப்படும் சூழல்களை ஆய்வதற்கான கணிதவியல் கருவியாகும். பதினெட்டாம் நூற்றாண்டில் ஜேக்கப் பெர்னோலி (Jacob Bernoulli) கண்டுபிடித்த பேரெண்கள் விதி (Law of large numbers), பலமுறை பூவா-தலையா போடுவதன் சராசரி முடிவு பெரும்பாலும் எதிர்பார்த்த முடிவை ஒட்டியே இருக்கும் என்று காட்டுகிறது. என்றாலும் எதிர்பாராதது நிகழ்கிறது; இது எப்படி என்பதுதான் கேள்வி. பெருந்த பிறழ்வுகளின் (large deviations) கோட்பாடு, அபூர்வமான நிகழ்வுகளை ஆய்கிறது. இந்தத் துறை, இயற்பியல், உயிரியல், பொருளாதாரம், புள்ளியியல், கணினி அறிவியல் மற்றும் பொறியியல் துறை போன்ற மாறுபட்ட பல துறைகளில் திட்டவாட்டமான பயன்பாடு உடையதாக இருக்கிறது.

ஒரு நிலைமைக்குப் பிறகு, பிறழ்வுக்கான வாய்ப்பு பூஜ்யம் என்று பேரெண்கள் விதி குறிப்பிடுகிறது. என்றாலும், இந்த வாய்ப்பு எவ்வளவு விரைவில் மறைகிறது என்று தெரிந்து கொள்வது, நடைமுறைப் பயன்பாடுகளுக்கு மிக முக்கியமாகும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு காப்பீட்டு நிறுவனத்தின் தவணை தவறும் சாத்தியத்தை அனுமதிக்கப்பட்ட அளவுக்குக் கீழே வைத்திருக்க எவ்வளவு மூலதன இருப்பு தேவைப்படும்? இத்தகைய காப்பீட்டுப் பாழ் பிரச்சினைகளுக்கு (actuarial “ruin problems”) மணி வளைகோடு (bell curve) அடிப்படையில் உருவகிக்கும் மைய அறுதித் தேற்றத்தின் (Central Limit Theorem) வாயிலான படிநிலைத் தோராய மதிப்பீடுகள் (standard approximations) உண்மையில் தவறான வழிகாட்டுகின்றன என்று 1937ல் ஹரால்டு கிராமர் (Harald Cramér) கண்டுபிடித்தார். பின்னர் அவர் சார்பிலா தொடரிலி மாறிகளின் தொடர்வரிசைக்கான (sequence of independent random variables) பெருந்த பிறழ்வின் துல்லியமான மதிப்பீட்டையும் அளித்தார். 30 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு, இதன் உள்ளீடான பொதுக் கொள்கைகளை வரதன் (Varadhan) கண்டுபிடித்தார்; மரபுசார்ந்த தற்சாராத் தேர்வாய்வுக்குப் புறம்பாக (classical setting of independent trials) இதன் பெருந்த பயன்பாட்டை செயல்படுத்திக் காட்டினார்.

1966இல், “தொடர்வரை சாத்தியக்கூறுகளும் வகையீட்டுச் சமன்பாடுகளும்” (“Asymptotic probabilities and differential equations”) என்ற வரலாற்றுச் சிறப்பு மிக்க ஆய்வுக் கட்டுரையிலும், 1969இல் யூக்ளிடிஸ் கூறு களத்தேற்றத்தின் போலரான் பிரச்சினைக்கு (polaron problem of Euclidean quantum field theory) வியத்தகு தீர்வு கண்டதிலும் வரதன் ஒரு பொதுமையான பெருந்த பிறழ்வுகள் கோட்பாட்டுக்கு உருக்கொடுக்கத் தொடங்கினார்; இது குவிய வீதத்தை (convergence rates) அளவார்த்தமாக முன்னேற்றுவதைவிட மிகவும் முக்கியமானது. இது ஒரு அடிப்படைக் கேள்விக்குப் பதில் தேடுகிறது: ஒரு பேரெண்கள் விதி குறிப்பிடும் ஒழுங்கற்ற நடவடிக்கையிலிருந்து (ergodic behaviour) மாறுபட்டால் ஒரு அனுமான அமைப்பின் (stochastic system) பண்பார்த்த நிலை என்ன? அல்லது ஒரு அறுதியிட்ட அமைப்பின் சிறு மாற்றத்தால் அது விளைந்தால் என்னவாக இருக்கும்? தொடக்கநிலை சாத்தியக்கூறு அளவிலிருந்து ஏற்ற குழப்ப தூரத்தை குறைந்தபட்சமாக்கும் ஒரு புதிய சாத்தியக்கூறு மாதிரியின் அடிப்படையில் எதிர்பாராத செயல்பாடுகளை விளக்கும்

சக்திவாய்ந்த மாறுபாடு சார்ந்த கொள்கையில்தான் இதன் பதில் அடங்கியுள்ளது. மார்கோவ் செயற்பாங்கில் (Markov processes) பெருத்த பிறழ்வுகளின் தரவரிசை பற்றி மன்ரோ டி. டான்ஸ்கர் (Monroe D. Donsker) உடன் இணைந்து ஆராயும் பல்வேறு தொடர் ஆய்வுக் கட்டுரைகளில், இந்தப் புதிய அணுகுமுறையின் முக்கியத்துவத்தையும் ஆற்றலையும் வரதன் வெளிப்படுத்தி இருக்கிறார். “வெய்னர் சாசேஜ்” (“Wiener sausage”) என்று அழைக்கப்படும் பிரவுனின் இயக்கப்பாதையின் (Brownian motion path) குழாய் அண்மையின் பெருத்த நேர் தொடர்வரை பற்றிய மார்க் காக்கின் (Mark Kac) அனுமானங்களுக்கு தீர்வு கண்டது இதன் பயன்பாடுகளில் முக்கியமான ஒன்று.

குழப்பமான அனுமான அமைப்பிலிருந்து எழும் பல்வேறு இயல்பு நிகழ்ச்சிகளை விளக்கும் சக்தி வாய்ந்த மற்றும் ஒருங்கிணைந்த முறையை வரதனின் பெருத்த பிறழ்வுக் கோட்பாடு அளிக்கிறது. இந்த இயல்பு நிகழ்ச்சிகள், கூறுகளக் கோட்பாடு (quantum field theory), புள்ளியியல் இயற்பியல் (statistical physics), மக்கள் தொகை இயக்கவியல் (population dynamics), பொருள் அளவையியல் (econometrics), நிதி இயல் (finance), போக்குவரத்துப் பொறியியல் (traffic engineering) போன்ற பல்வேறு துறைகளுக்கும் பொருந்தும். அபூர்வ நிகழ்வுகளைச் செயல் உருவாக்கி ஆய்வதற்கு கணினிகளைப் பயன்படுத்துவதற்கான நமது ஆற்றலை இது பெருக்கியுள்ளது. கடந்த நாற்பது ஆண்டுகளில் பேரெண்களின் பிறழ்வு, அடிப்படை மற்றும் பயன்பாட்டு சாத்தியக் கூற்றியலின் முக்கிய அம்சமாக விளங்கி வருகிறது.

சாத்தியக் கூற்றியலின் பல்வேறு பிற பிரிவுகளிலும் வரதன் முக்கியப் பங்களிப்பு அளித்திருக்கிறார். அனுமான வகையீட்டுச் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு காண்பது போன்ற சிதறலுறுவதைக் (diffusion processes) காட்டுவதற்கான மார்ட்டிங்கேல் முறையை (martingale method), டேனியல் டபிள்யூ. ஸ்ட்ரூக் (Daniel W. Stroock) உடன் இணைந்து உருவாக்கினார். இந்தப் புதிய அணுகுமுறை, புதிய மார்கோவ் நிகழ்முறையைக் கட்டுமானப்படுத்தும் சக்திவாய்ந்த முறையாக உருவெடுத்தது. சான்றாக, மக்கள்தொகைப் பண்பியலில் எழும் எண்ணிறந்த திசைகளிலான பரவல் (infinite-dimensional diffusions), ஒன்றோடொன்று தொடர்புடைய ஏராளமான துகள்களின் பருமனான நடைமுறையை (macroscopic behaviour) விளக்கும் திரவ இயக்கவியல் எல்லைகளை (hydrodynamical limits) ஆய்வது மற்றொரு முக்கியக் கருத்தாகும். மாவெங் குவோ (Maozheng Guo) மற்றும் ஜார்ஜ் சி. பபானிகோலவ் (George C. Papanicolaou) ஆகியோருடன் இணைந்து, படிநிலை மாதிரிகளில் (gradient models) நடத்திய ஆய்வு முதல் திருப்புமுனை எனலாம். வரதன் மேலும் ஒருபடி மேலே சென்று, படிநிலையல்லாத மாதிரிகளை (non-gradient models) எவ்வாறு கையாள்வது என்று காட்டினார். இது கோட்பாட்டின் செயல்பரப்பை விரிவுபடுத்தியது. ஒழுங்கற்ற சூழலில் ஒழுங்கற்ற நடையை (random walks) ஆய்வதில் இவரது கருத்துகள் வன்மையான தாக்கம் கொண்டிருந்தன. உலகின் ஒரு சில பொதுக்கருவிகளில் ஒன்றான “பயணிக்கும் துகளிலிருந்து சூழலைக் காணுதல்” (“viewing the environment from the travelling particle”) என்ற செயல்முறையோடு இவரது பெயர் இப்போது அடையாளம் காணப்படுகிறது.

வரதனின் பணி, பெருத்த தத்துவார்த்த ஆற்றலும், காலம் கடந்த அழகும் கொண்டது. அவரது கருத்துகள் பெரிதும் தாக்கம் ஏற்படுத்தக்கூடியவை; இன்னும் நெடுங்காலத்துக்கு இத்துறையில் மேலும் பல ஆய்வுகளுக்கு ஊக்கமளிக்கக்கூடியவை.