L’Académie norvégienne des Sciences et des Lettres a décidé d’attribuer le Prix Abel 2005 à

Peter D. Lax
Courant Institute of Mathematical Sciences, université de New York

pour ses contributions novatrices à la théorie et à l’application des équations différentielles partielles et au calcul de leurs solutions.

Depuis Newton, les équations différentielles ont toujours constitué le fondement de la compréhension scientifique de la nature. Les équations différentielles linéaires, dans lesquelles les effets et les causes sont directement proportionnels, sont raisonnablement bien comprises. Les équations qui apparaissent dans des domaines comme l’aérodynamique, la météorologie et l’élasticité sont non linéaires et beaucoup plus complexes: leurs solutions peuvent produire des singularités. Pensez aux ondes de choc qui se créent quand un avion franchit le mur du son.

Dans les années 1950 et 1960, Peter Lax a posé les fondations de la théorie moderne des équations non linéaires de ce type (systèmes hyperboliques). Il a construit des solutions explicites, identifié des classes de systèmes au comportement particulièrement exemplaire, introduit la notion importante d’entropie et, aux côtés de Glimm, réalisé une étude pénétrante du comportement de ces solutions dans la durée. Il a en outre lancé les schémas numériques Lax-Friedrich et Lax-Wendroff, aujourd’hui largement utilisés dans les solutions informatiques. Son travail dans ce domaine a joué un rôle central dans les nouveaux développements théoriques. Il a aussi été extraordinairement fructueux pour les applications pratiques, des prévisions météorologiques à la conception d’avions.

Une autre pierre d’angle de l’analyse numérique moderne est le « théorème d’équivalence de Lax ». Inspiré par Richtmyer, Lax a établi à l’aide de ce théorème les conditions nécessaires à une mise en application numérique capable d’apporter une approximation numérique valide à la solution d’une équation différentielle. Ce résultat a jeté une extraordinaire clarté sur le sujet.

Un système d’équations différentielles est dit “intégrable” si ses solutions sont totalement caractérisées par quelques valeurs cruciales qui ne changent pas dans le temps. Un exemple classique est celui du gyroscope, où ces valeurs conservées sont l’énergie et le moment angulaire.

Les systèmes intégrables sont étudiés depuis le XIXe siècle et jouent un rôle important dans les mathématiques pures comme appliquées. À la fin des années 1960, une percée spectaculaire a été opérée par Kruskal et ses collaborateurs quand ils ont découvert une nouvelle famille d’exemples qui ont des solutions « soliton »: des ondes à crête unique qui gardent leur forme en se déplaçant. Peter Lax fut fasciné par ces solutions mystérieuses et inventa un concept unificateur pour les comprendre, réécrivant les équations en termes de ce qui est actuellement appelé « paires de Lax ». Ce progrès a mené à la conception d’un outil essentiel pour l’ensemble de ce domaine, permettant la construction de nouveaux systèmes intégrables et facilitant leur étude.

La théorie de la dispersion s’intéresse au changement dans une vague quand elle contourne un obstacle. Ce phénomène n’est pas réservé aux fluides, puisqu’il se produit aussi en physique atomique (équation de Schrödinger). En collaboration avec Phillips, Peter Lax a conçu une vaste théorie de la dispersion et décrit le comportement à long terme de solutions (plus précisément, la déperdition de l'énergie). Leur travail s'est aussi avéré important dans des domaines mathématiques apparemment très éloignés des équations différentielles, comme la théorie des nombres. Il est donc un exemple inhabituel et magnifique d'une structure conçue dans les mathématiques appliquées, menant à une compréhension nouvelle dans les mathématiques pures.

Peter D. Lax a été décrit comme le mathématicien le plus polyvalent de sa génération. L'impressionnante liste de mérites donnée plus haut ne rend pourtant pas justice à toutes ses réussites. Son utilisation des optiques géométriques pour étudier la propagation de singularités a ouvert la voie à la théorie de l'opérateur intégral de Fourier. En collaboration avec Nirenberg, il est parvenu aux estimations définitives de type Gårding pour les systèmes d'équation. D'autres résultats prestigieux comprennent le lemme Lax-Milgram et la version de Lax du principe Phragmén-Lindelöf pour équations elliptiques.

Peter D. Lax réunit de manière exceptionnelle les mathématiques pures et appliquées, associant une profonde compréhension de l'analyse et une extraordinaire capacité d'invention de concepts unifiants. Il a exercé une influence déterminante, non seulement par sa recherche mais aussi par ses écrits, son dévouement sans faille à la formation et sa générosité envers ses collègues plus jeunes que lui.