

L'Académie norvégienne des Sciences et des Lettres a décidé de décerner le Prix Abel 2006 à Lennart Carleson, Institut Royal de Technologie, Suède,

pour ses contributions profondes et déterminantes à l'analyse harmonique et à la théorie des systèmes dynamiques lisses.

En 1807, le mathématicien, ingénieur et égyptologue Jean Baptiste Joseph Fourier fit une découverte révolutionnaire : nombre de phénomènes, allant des profils typiques décrivant la propagation de la chaleur à travers une barre de métal aux vibrations des cordes de violon, peuvent être vus comme les sommes de spectres d'ondes simples, appelés sinus et cosinus. De telles sommes sont aujourd'hui appelées séries de Fourier. L'analyse harmonique est la branche des mathématiques qui étudie ces séries et autres objets similaires.

Au cours des 150 ans et plus suivant la découverte de Fourier, aucune formulation ou justification adéquate n'a été trouvée à sa revendication, selon laquelle toute fonction est égale à la somme de ses séries de Fourier. Avec le recul du temps, cette affirmation quelque peu vague doit être interprétée comme concernant tout type de fonction dont il est « possible de tracer la courbe », ou plus précisément, toute fonction continue. Malgré les contributions de plusieurs mathématiciens, le problème restait ouvert.

En 1913, il fut formalisé par le mathématicien russe Lusin sous la forme de ce qui sera plus tard connu comme la conjecture de Lusin. Un résultat négatif célèbre de Kolmogorov en 1926, associé au manque de progression, incita les experts à croire que quelqu'un parviendrait tôt ou tard à construire une fonction continue dont la somme de ses séries de Fourier ne parviendrait pas à donner une valeur à la fonction, où que ce soit. En 1966, à la surprise du monde des mathématiciens, Carleson parvint à sortir de cette impasse durant depuis des décennies en prouvant la conjecture de Lusin, selon laquelle toute fonction de puissance intégrable, et en particulier toute fonction continue, est égale à la somme de ses séries de Fourier « presque partout ».

La preuve de ce résultat est si complexe que pendant plus de trente ans, elle resta pour l'essentiel à l'écart du reste de l'analyse harmonique. Ce n'est qu'au cours des 10 dernières années que les mathématiciens ont compris la théorie générale des opérateurs dans laquelle s'applique ce théorème, et ont commencé à utiliser ses idées percutantes dans leur propre travail.

Carleson a apporté plusieurs autres contributions fondamentales à l'analyse harmonique, à l'analyse complexe, aux applications quasi-conformes et aux systèmes dynamiques. Une des plus fameuses est sa solution du célèbre problème de la couronne, appelé ainsi parce qu'il étudie les structures qui deviennent apparentes « autour » d'un disque quand le disque lui-même est occulté, se référant poétiquement à la couronne du soleil vue pendant une éclipse. Dans ce travail, il introduisit ce qui est depuis connu sous le nom de mesures de Carleson, aujourd'hui un outil fondamental de l'analyse harmonique comme de l'analyse complexe.

L'influence de l'œuvre originale de Carleson dans l'analyse complexe et harmonique ne se limite pas à cela. Le théorème de Carleson-Sjölin sur les multiplicateurs de Fourier est par exemple devenu un outil standard dans l'étude du « problème de Kakeya », dont le prototype est le problème du « retournement d'une aiguille » : comment retourner une aiguille à 180° dans le plan sur laquelle elle est posée, tout en balayant une aire aussi petite que possible ? Bien que le problème de Kakeya ait à l'origine été conçu comme un jeu, la description de l'aire balayée dans le cas général s'avère contenir des indices importants et féconds sur la structure

de l'espace euclidien.

Les systèmes dynamiques sont des modèles mathématiques qui tentent de décrire le comportement dans le temps de grandes classes de phénomènes, comme ceux qui sont observés en météorologie, sur les marchés financiers et dans de nombreux systèmes biologiques, de l'épidémiologie aux fluctuations constatées dans les populations de poissons. Les systèmes dynamiques, même les plus simples, peuvent être mathématiquement d'une complexité surprenante. Avec Benedicks, Carleson étudia la carte de Hénon, un système dynamique initialement proposé en 1976 par l'astronome Michel Hénon, un simple système montrant la complexité de la dynamique météorologique et des turbulences. On considère en général que ce système a un « attracteur étrange », dessiné en admirables détails par les outils graphiques informatisés, mais mal compris sur le plan mathématique. Par un tour de force impressionnant, Benedicks et Carleson fournirent en 1991 la première preuve de l'existence de cet attracteur étrange ; cette percée ouvrit la voie d'études méthodiques s'intéressant à cette classe de systèmes dynamiques.

L'œuvre de Carleson a modifié à tout jamais notre conception de l'analyse. Il n'a pas seulement fait la preuve de théorèmes particulièrement difficiles ; les méthodes qu'il a inventées pour les prouver, se sont avérées être aussi importantes que les théorèmes proprement dits. Son style inimitable se caractérise par une connaissance approfondie de la géométrie, associée à une maîtrise étonnante de la complexité divergente des preuves.

Carleson est toujours loin à l'avant-garde. Il ne concentre ses efforts que sur les problèmes les plus difficiles et les plus profonds. Une fois ceux-ci résolus, il laisse à d'autres le soin d'envahir le royaume qu'il a découvert et s'aventure dans des domaines scientifiques encore plus sauvages et plus reculés.

L'impact des idées et de l'action de Lennart Carleson ne se limite pas à son oeuvre mathématique.

Il a joué un rôle important dans la vulgarisation des mathématiques en Suède. Il est l'auteur du populaire *Matematik för vår tid* (Mathématiques pour notre temps), et s'est toujours intéressé à l'enseignement des mathématiques.

Carleson a dirigé les thèses de doctorat de 26 étudiants, dont beaucoup sont devenus professeurs d'université en Suède ou ailleurs. En tant que directeur de l'institut Mittag-Leffler, près de Stockholm, entre 1968 et 1984, il a réalisé la vision initiale de Mittag-Leffler et bâti cette institution, l'amenant à la pointe de la recherche mathématique internationale. Il a aussi insisté tout particulièrement sur le rôle de l'institut en tant que mentor de jeunes mathématiciens, une tradition qui se poursuit aujourd'hui.

Au poste de président (de 1978 à 82) de l'Union mathématique internationale (IMU), Carleson a déployé des efforts considérables pour que la République populaire de Chine soit représentée. Il parvint aussi à convaincre l'IMU de prendre en compte les contributions de l'informatique aux mathématiques, et a participé à la création du prix Nevanlinna, qui récompense les jeunes scientifiques de l'informatique théorique. En tant que président du Comité scientifique du 4^e Congrès européen des mathématiques en 2004, il prit l'initiative des Cours de Science, où des scientifiques renommés discutent les aspects des mathématiques les plus pertinents pour la science et la technologie.

Lennart Carleson est un scientifique exceptionnel, champion d'une large vision des mathématiques et de leur rôle dans le monde.