L. SYLOW

OM ABELS ARBEIDER OG PLANER I HANS SIDSTE TID BELYST VED DOKUMENTER, SOM ER FREMKOMNE EFTER DEN ANDEN UDGAVE AF HANS VERKER

SÆRTRYK AF BERETNING OM DEN
3. SKANDINAVISKE MATEMATIKER-
KONGRES, KRISTIANIA 1913

KRISTIANIA
A. W. BRØGGERS BOKTRYKKERI A/S
1915

OM ABELS ARBEIDER OG PLANER I HANS SIDSTE TID BELYST VED DOKUMENTER, SOM ER FREMKOMNE EFTER DEN ANDEN UDGAVE AF HANS VERKER

AF

L. SYLOW.

Deres Majestæt!

Mine Damer og Herrer!

ABEL igjen! har De kanske udbrudt ved at se Gjenstanden for Kongressens første Møde; er Emnet Abel endnu ikke udtømt her i Norge! Ja, vi har jo to Gange udgivet hans Verker, vi har feiret Hundredeaarsdagen for hans Fødsel, og ved Universitetets Hundredeaarsfest er heller ikke hans Navn blevet glemt. Det er saa.

Men for norske Mathematikere har ABEL endnu større Betydning end for andre. Han var den første Nordmand, som gav et Bidrag af blivende Betydning for Videnskabens Udvikling. Vistnok har der endnu tidligere levet en norskfødt genial Mathematiker; men CASPAR WESSEL'S forbausende Arbeide laa upaaagtet i næsten hundrede Aar, uagtet det var trykt i det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Skrifter. Først i 1894 gjorde Prof. THIELE opmærksom paa dets fundamentale Betydning; men da var Gjenopdagelsen forlængst skeet. Anderledes var det med ABEL. *Hans* Berømmelse er det som har været et Exempel og en Spore for alle norske Mathematikere. Jeg kunde fristes til at sige, at alt af nogen Betydning, som er frembragt i ren Mathematik her i Landet, direkte eller indirekte skyldes ABEL. Dels har de Emner han behandlede virket tiltrækkende; dels har den Vegt han lagde paa Stringens, og hans udtømmende Behandling av Tingene virket som Exempel, dels ogsaa har den fundamentale Natur av hans Opdagelser opflammet unge Mathematikeres Ærgjerrighed. Personlig kan jeg tydelig spore hans Indflydelse paa alle dem, som før de nu her tilstedeværende, har beklædt en Professorpost ved vort Universitet. Først endog hans

egen gamle Lærer HOLMBOE. Dennes vistnok noget tunge Lærebøger i elementær Mathematik bar tilsyne en umiskjendelig Stræben efter Stringens, som sikkert har havt sin Virkning paa de ældre Generationer. Jeg ser heri, idetmindste delvis, en Virkning af Eleven paa Læreren. Paafaldende er mig den Definition som HOLMBOE i sine Forelæsninger gav af Differentialforholdet: Han siger: Naar en Funktions Tilvæxt er udviklet i Potensrække efter den absolut Variables Tilvæxt, saa kaldes det Led i Udviklingen, som indeholder første Potens, Funktionens Differential. Denne Begrændsning til analytiske Funktioner, minder stærkt om ABELS Kritik; jeg aner Samtaler mellem HOLMBOE og ABEL bagom denne Forsigtighed. Ogsaa paa HOLMBOE's Eftermænd BROCH og BJERKNES, ja selv paa Geometeren LIE, saa forskjellig denne sidste end var fra ABEL med Hensyn til Emne og Arbeidsmethode, er ABELS Indflydelse umiskjendelig. — Jeg beder dem tilgive denne Digression.

Sagen er denne: der er kommen nye Oplysninger til ABELS Historie, siden 2den Udgave af ABELS Verker. Dette Mødes fremragende svenske Medlem, Prof. MITTAG-LEFFLER, hvis Beundring af ABEL og varme Interesse for hans Minde er enhver Mathematiker bekjendt, har paanyt gjort sig fortjent ved fra udenlandske Samlinger at fremdrage to indtil da ukjendte Manuskripter af ABEL. Det ene er en hel Afhandling, som ABEL har sendt sin Ven CRELLE, Udgiveren af „Journal für die reine und angewandte Mathematik", det andet et Brev, ogsaa til CRELLE. Disse Manuskripter har Prof. MITTAG-LEFFLER ladet trykke i Acta mathematica's Festbind i Anledning af Abel-Jubilæet, Brevet i fotografisk Fac-simile. Han viste mig ogsaa den Opmærksomhed i Forveien at tilstille mig et Aftryk; men paa Grund af den knappe Tid var det mig ikke muligt at tage dem med i min Fremstilling av ABELS videnskabelige Historie i vort Universitets Festskrift. Da, saavidt jeg ved, Prof. MITTAG-LEFFLER ikke har offentliggjort mere om dem, end den korte Angivelse af deres Indhold, hvormed han har ledsaget dem i Festbindene, har jeg troet at burde gjøre dem til Gjenstand for en nærmere Undersøgelse.

For Resultaterne af denne er det jeg udbeder mig nogle Øieblikkes Opmærksomhed.

Jeg begynder med Afhandlingen. Den er et Led i den bekjendte Kappestrid, tildels endog Prioritetsstrid, mellem ABEL og den anden store Forfatter paa de elliptiske Funktioners Feldt, JACOBI. Jeg maa derfor minde om Gangen i denne, og paa Grund af den Maade, hvorpaa begge greb ind i hinandens Virksomhed, kan jeg ikke undgaa at omtale de forskjellige herhen hørende Arbeider og Tiden for deres Publikation.

ABELS første Arbeide over elliptiske Funktioner bar Tittelen „Recherches sur les fonctions elliptiques“ og blev trykt i 2det og 3die Bind af CRELLE's Journal, hvoraf det førstnævnte udkom d. 20. Sept. 1827, det andet d. 26de Mai 1828; men Afhandlingens sidste Parti var kommen til CRELLE længe før, allerede d. 12. Februar. Behandlingen af de elliptiske Funktioners Transformation findes i det sidste Stykke. Da imidlertid JACOBI, *ogsaa i September 1827*, i Astronomische Nachrichten, havde meddelt et Theorem om samme Gjenstand, men uden Bevis, gav ABEL sin Afhandling et Efterskrift, hvori han viser at JACOBI's Opdagelse kun er et specielt Tilfælde af den Sats, han selv netop havde bevist i sin Helhed, men altsaa senere. Den nye Afhandling, den som er trykt i Acta's Festbind, har samme Tittel som den første: Recherches sur les fonctions elliptiques, men med Tilføielsen *Second Mémoire*, og er dateret d. 27. August 1828. I Tiden mellem 12. Februar og 27. August havde ABEL desuden skrevet en indholdsrig og berømt Afhandling: „Solution d'un problème général concernant la transformation des fonctions elliptiques.“ Da nemlig JACOBI allerede i 1827, altsaa før den sidste Del af ABELS Arbeide forelaa, havde givet et Bevis for sin Sats, grundet paa samme Opfatning af de elliptiske Funktioners Natur, som ABEL selv havde fremsat, saa vilde ABEL vise hvor langt videre han var kommen end JACOBI, netop i den Theori, hvori JACOBI havde faaet et Forsprang for Offentliggjørelsens Vedkommende. Han opnaadde ogsaa fuldstændig sin Hensigt; det var netop denne Afhandling, som fremkaldte det bekjendte Udbrud af JACOBI i et Brev til den franske Mathematiker LEGENDRE: „Elle est au-dessus de mes éloges comme elle est au-dessus de mes propres travaux.“ Jeg vil strax indskyde, at der heller ikke mangler varm Anerkjendelse af JACOBI's Fortjenester fra ABELS Side; der forekommer stærkt anerkjendende Udtalelser baade i Afhandlinger og især i et Brev til den samme LEGENDRE.

Denne Afhandling, „Solution d'un problème o. s. v.“ saavelsom et senere, kanske endnu mere berømt Arbeide over samme Gjenstand, blev trykt i samme Tidsskrift som JACOBI's nemlig Astronomische Nachrichten; det var i Juni og November 1828.

Men nu havde JACOBI igjen, i en kort Note i CRELLE's Journal, atter uden Bevis, meddelt en elegant Opløsning af ABELS Multiplikationsligning, altsaa en Løsning af Problemet om Division af den elliptiske Funktions Argument. Selv havde ABEL i det første Parti af sin ældste Afhandling givet en Opløsning af Ligningen, som er vigtig, fordi den synes at have ført ham til Transformationstheorien. Men det lader sig ikke negte, at JACOBI's Opløsning, fra algebraisk Synspunkt, har Fortrin for ABELS. JACOBI's Note udkom den 25. Marts 1828, netop i den Tid da anden Del af ABEL's „Recherches“ laa utrykt hos CRELLE.

Nu var det ABELS Tur. Han vilde vise, at heller ikke dette var ham noget nyt; han vilde gjenoptage Delingsproblemet og vise at det førte til andre hidtil ukjendte Egenskaber ved de elliptiske Funktioner, og hertil var den nye Afhandling „Second Mémoire“ bestemt. Under disse Omstændigheder maa det jo vække Forundring og Beklagelse at kun den første Paragraph blev optaget i CRELLES Journal, og det under en anden Tittel. Især synes det uheldigt at ikke idetmindste den 2den Paragraf kom med, fordi netop den indeholder en indgaaende Behandling af JACOBI's Formel, som er analog med ABELS Behandling af lignende algebraiske Spørgsmaal.

Man spørger strax: har da CRELLE ikke *villet* trykke alt. Det synes ogsaa som om Prof. MITTAG-LEFFLER har opfattet Udeladelsen af de øvrige Afsnit som en beklagelig Feil af CRELLE. Jeg for mit Vedkommende har ondt for at tro, at der er skeet nogen Forandring med Afhandlingen uden ABELS Billigelse; Forholdet mellem CRELLE og ABEL var saadant, at jeg ikke kan tænke mig noget Overgreb fra CRELLES Side. Jeg udtaler dette saa meget heller, som jeg ogsaa fra andre Mathematikere og i andre Anledninger har hørt dadlende Ord over CRELLE i hans Forhold til ABEL, som ikke forekom mig retfærdige. Tillige mener jeg at kunne vise, at der er noget ved Afhandlingen, og netop ved den anden Paragraf, som kan have bragt ABEL selv til at beklippe den.

Men jeg maa først omtale en anden Besynderlighed ved denne „Second Mémoire“. Blandt ABELS efterladte Papirer findes to Brudstykker, som er trykt i den anden Udgave af ABELS Verker, hvoraf det første er Begyndelsen til en Afhandling med nøiagtig samme Tittel som den i Acta trykte og som synes at indeholde en første Paragraf i sin Helhed, medens det andet Stykke utvivlsomt er en Del af samme Afhandling. Med Hensyn til Papir, Format og Skrift har begge stor Lighed med det Brev som i 27de Bind af Acta mathematica er gjengivet i Fotografi.[1] Det synes som om alle de Arbeider, som ABEL herfra har sendt CRELLE, har været skrevne paa saadant Brevpapir og med saadan tæt og fin Skrift. Altsaa har ABEL ogsaa arbeidet paa en *anden* Afhandling med samme Tittel, og han har fuldendt en god Del av den endelige Redaktion. Og disse to Afhandlinger er ganske forskjellige. Den i Acta trykte behandler i sine to første Paragrafer Divisionsligningen, i den 3die fremsættes det Abelske Theorem specielt for elliptiske Funktioners Vedkommende. Den 4de indeholder Forbindelser mellem Periodedelings-

[1] 27de Bind af Acta mathematica var fremlagt paa Formandens Bord.

ligningens Rødder, som udledes af det i § 2 beviste. Den 5te fremsætter 3 Satser, hvoraf den ene giver hvad man nu kalder Transformationsligningens Monodromigruppe, med en Antydning af Beviset.

Den sidste Afhandling derimod, den hvoraf Fragmenter er optaget i ABELS Værker 2den Udgave, handler kun om Transformationsligningen. Den giver Monodromigruppen med fuldt Bevis og desuden de Relationer mellem Periodedelingsligningens Rødder, som følger af Ligningens Opløsning. Disse, som ogsaa er nævnte, men uden Bevis, i den første Afhandlings § 4, er simplere end de som der udvikles, og kan erstatte dem.

Gjennemgaar man Afhandlingen i Acta for at se, om der i den skulde forekomme noget, som kunde være et Motiv for kun at lade den første Paragraf trykke, saa standser man i § 2 ved Rekursionsformelen (66), som udgjør et af Paragrafens Hovedresultater, og som er nødvendig for Undersøgelsens Afslutning. Denne Ligning faar man ikke frem ved den foreskrevne Regning, medmindre man forudsætter en Forbindelse mellem visse der forekommende Hjælpestørrelser.

For at kunne gjøre Rede herfor har jeg ladet hidsætte ABELS ældste System af Betegnelser for elliptiske Funktioner.[1] Han sætter det elliptiske Integral i Formen

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-c^2x^2 \,.\, 1+e^2x^2}};$$

betegnes dette med u, saa sætter han

$$x = \varphi(u; c, e) \quad \text{eller kortere} = \varphi(u).$$

Den reelle og den rent imaginære Periode benævnes henholdsvis 2ω og $2\tilde{\omega}\, i$, hvor

$$\omega = 2\int_0^{\frac{1}{c}} \frac{d_x}{\sqrt{1-c^2x^2 \,.\, 1+e^2x^2}}, \quad \tilde{\omega} = 2\int_0^{\frac{1}{e}} \frac{d_x}{\sqrt{1+c^2x^2 \,.\, 1-e^2x^2}}.$$

Sætter man saa videre

$$\alpha = \frac{2\omega}{2n+1}, \quad \beta = \frac{2\tilde{\omega}\, i}{2n+1}, \quad \delta = \cos\frac{2\pi}{2n+1} + i \sin\frac{2\pi}{2n+1},$$

[1] Ved Foredraget var Formlerne opskrevne paa en Karton.

saa er de omtalte Hjælpestørrelser, som benævnes c_k, definerede ved Ligningen:

$$c_k = \frac{1}{2n+1} \sum_{0}^{2n+1}{}_m \sum_{0}^{2n+1}{}_\mu \delta^{mk} \varphi\left(m\alpha + \mu\beta\right)$$

og den Forbindelsesligning, som maatte finde Sted mellem dem, er

$$c_{k+1} \cdot c_{k-1} = \frac{c_k^2 - c_1^2}{1 + e^2 c^2 c_1^2 c_k^2}.$$

Men nogen saadan Formel er ikke bevist i § 2. Læser man videre, finder man, men først i § 4, Ligningen (102), som i Virkeligheden er en Bestemmelse af dette c_k som en enkelt elliptisk Funktion:

$$c_k = (-1)^n \varphi\left(nk\frac{\beta}{2}\right).$$

Men dette er heller ikke her sat i Forbindelse med § 2; det ser ud som om ABEL ikke længer tænker paa hin Paragraf. Ved Hjælp af dette Udtryk for c_k, gaar den omtalte Forbindelsesligning over til en elementær elliptisk Formel, bekjendt fra ABELS første Afhandlinger; Mangelen er forsaavidt afhjulpen.

Men saa er igjen Ligningen (102) ikke *fuldstændig* bevist, idet ABEL har tilbageholdt den noget omstændelige Bestemmelse af to hele Tal, som oprindelig forekommer der; — den er heller ikke ganske rigtig som den staar aftrykt i Acta mathematica. Tilsammentaget er dette en Svaghed ved Afhandlingens *Redaktion*, hvorpaa ABEL nok kan være bleven opmærksom efter Afsendelsen, og som kan have gjort ham misfornøiet med den.

Heller ikke passer Afhandlingens Indhold ganske med Indledningsordene. Det Abelske Theorem har han dog ikke fundet i Anledning af JACOBI's Note, som man efter Indledningen kunde komme til at tro. Man ved jo at ABEL har fundet det før sin Udenlandsreise.

Der er ogsaa en anden Betragtning, som kan have bestemt ABEL til kun at lade den første Paragraf af „Second Mémoire" trykke. Naar han havde bestemt sig til at skrive sin sidste Afhandling om elliptiske Funktioner, som skulde indeholde et Udtog af alle hans Undersøgelser over Emnet, saa var det kanske ikke heldigt at betage Arbeidet noget af Nyhedens Interesse, ved paa Forhaand at meddele enkelte Resultater. Det maatte være av Interesse for ham, at dette Arbeide gjorde Opsigt, paa Grund af de Planer som var igjære om at han skulde kaldes til et Professorat i Berlin, eller for det Indtryk han gjorde i den første Tid efter Ansættelsen, hvis denne kom før Offentliggjørelsen. Tidspunktet

for Trykningen af „Second Mémoire“ blev udskudt lige til December 1828, nemlig til 4de Hefte af Journalens 3die Bind, formodentlig paa Grund af Mangel paa Plads; 3die Hefte udkom allerede 21de September, dets Indhold maa altsaa have været bestemt længe i Forveien.

Jeg tror derfor at ABEL *selv* har besluttet at afkorte denne „Second Mémoire“. Naar han lod trykke den første Paragraf, som giver Divisionsligningens Monodromigruppe, saa gav han paa en kort og fyndig Maade Svaret paa JACOBI's korte Note. Jeg kan nok tænke mig at CRELLE kan have raadet dertil, men ikke at han egenmægtig har gjort nogen Forandring i ABELS Arbeide. Forholdet mellem ABEL og CRELLE gjør Indtryk af et saa skjønt Venskab, at jeg i det længste vægrer mig for enhver Tanke, som kunde kaste nogen Skygge paa det.

Det er ikke klart i hvilket Forhold den anden „Second Mémoire“ staar til den i Acta trykte. Det er tænkeligt at ABEL har begyndt paa den før han saa JACOBI's Note, og saa har lagt den bort. Det er ogsaa det sandsynligste. Men det er jo tænkeligt at han en Tid har villet omarbeide den, som han havde sendt, da han saa at det ville vare længe før den blev trykt.

Jeg gaar over til det Brev fra ABEL til CRELLE, som Prof. MITTAG-LEFFLER har reddet fra Forglemmelsen; det er som han siger, af stor Interesse, fordi det giver Forklaring paa flere Ting som før var dunkle. Man vidste nok at ABEL om Sommeren 1828 havde ligget syg, og først var nogenlunde vel igjen d. 22. September. Men Brevet oplyser at Sygdommen havde efterladt en saadan Svaghedstilstand, at Lægen havde fraraadet ham enhver Anstrængelse. — ABEL har dog ikke fulgt Raadet saa særdeles samvittighetsfuldt; han har nemlig aabenbart efter September Maaned arbeidet med Redaktionen av sin sidste elliptiske Afhandling. Saa udmærket end denne er og saa righoldig paa nye Opdagelser, bærer den dog Spor af hans svækkede Helbred. Især i Indledningen, som opregner en Række av de vigtigste Resultater, indeholder den Ting, som bragte min Medarbeider SOPHUS LIE og mig til at studse, og som ogsaa har forundret andre Mathematikere. ABEL har vistnok i Indledningen skrevet efter Hukommelsen, uden at den hele Sammenhæng med hans egne Opdagelser altid stod ganske klar for ham. Jeg bør her nævne et Par af de vigtigste Steder.

Han siger om de saakaldte Modularligninger, at enhver af deres Rødder kan udtrykkes rationalt ved to af dem. Det forholder sig jo ikke saa, det ser man nutildags næsten umiddelbart ved GALOIS's Theori. Der maa her foreligge en Hukommelsesfeil, en Forvexling; det er Periodedelingsligningerne som har denne Egenskab. Begge Klasser af Ligninger staar i saa nær Forbindelse med hinanden, at en

momentan Forvexling er tænkelig. Man vil vel nu neppe tvivle paa Rigtigheden af denne Forklaring. Hr. MITTAG-LEFFLER har ogsaa fundet den sandsynlig. En fremragende tysk Mathematiker, KRONECKER, ytrede om dette Sted: „wie hat uns das Mühe gemacht; wir wollten es beweisen und es war falsch!“

Et i Grunden vigtigere Sted er det hvor han taler om de singulære Moduler, jeg betegner hermed dem, som tilsteder komplex Multiplikation. ABEL havde i en tidligere Afhandling sagt med Bestemthed, at de er Rødder i algebraiske Ligninger, som kan løses ved Roduddragninger. I dette hans sidste Arbeide taler han mere reserveret; han siger at Ligningerne *synes* at kunne løses ved Rodtegn, at det idetmindste er Tilfældet, naar Periodeforholdets absolute Værdi er et rationalt Tal. Men herved indskrænkes Satsen stærkt, ja altfor stærkt, thi ABEL kjendte bevislig andre Tilfælde hvor Opløsningen forelaa. Opfattes hans Ord som en Tilbagekaldelse af den ældre Paastand, saa skulde jo Æren for Opdagelsen af denne Sats tilkomme ikke ABEL, men KRONECKER. Jeg mener at man nu med Sandsynlighed kan forstaa ABELS Ord saa, at de ikke indeholder nogen Tilbagekaldelse. Det kunde jo ikke have skadet om den endelige Behandling indeholdt mere, end hvad der var sagt i Indledningen. Det var det modsatte han ikke vilde udsætte sig for. — Det er næsten gribende at se hvordan denne store Forskers Iver ikke tillader ham endog midlertidig at standse Arbeidet, uagtet Kræfterne i Øieblikket svigter.

Jeg har før altid troet at Aarsagen hvorfor ABEL ikke fik udarbeidet mere af sine omfattende Undersøgelser over algebraiske Ligninger, var den Konkurrence med JACOBI hvori han var kommen. ABELS Brev viser at jeg for nogen Del har taget Feil heri. Det har, efter hvad Brevet oplyser, været aftalt mellem ham og CRELLE, at han først skulde skrive om Ligningstheorien og senere om elliptiske Funktioner. Men nu frygter ABEL for at Ligningstheorien vil anstrenge ham meget mere end det andet Emne, og foreslaar at begynde med elliptiske Funktioner.

Man spørger hvilket Indholdet skulde være af et større Arbeide over Ligninger. Hvad ABEL før har nævnt som Gjenstand for sit Arbeide paa dette Feldt, kan henføres til to Klasser. Den første Klasse indeholder Anvendelser af hans Theori for Abelske Ligninger paa elliptiske Funktioner, altsaa Opløsning af Divisionsligningen og Modularligningen for de singulære Modulers Vedkommende, og af Ligningen for de singulære Moduler selv. Den anden Klasse er videregaaende almindelige Undersøgelser over algebraiske Ligningers Opløsning ved Rodstørrelser. Den første Klasse Spørgsmaal vilde vistnok naturligst medtages under elliptiske Funktioner; det kommer jo væsentlig an paa at faa bevist at vedkommende Ligning er abelsk, og det maa jo ske ud fra Funktions-

theorien Det har vel saaledes været de almindelige Undersøgelser, som skulde være Gjenstand for Afhandlingen.

Det Tilløb til et udførligt Arbeide herom, som er optaget i begge Udgaver af ABELS Verker, er efter sin Plads i den Bog hvori ABEL har indført det, skrevet i den anden Halvpart af 1828. Brevet viser nu at han neppe har arbeidet derpaa efter Brevets Datum den 25. September, siden han beder sig fritaget derfor indtil videre. Men endnu den 29. Juli var han endnu beskjæftiget med den anden af de to Afhandlinger, som han lod trykke i Astronomische Nachrichten. Nu ved man altsaa at ABELS Syslen med dette Udkast har fundet Sted mellem disse to Dage, at det saaledes vistnok delvis er skrevet under Sygdommen og er bleven afbrudt af denne. Dette er en vigtig Oplysning for Opfatningen af Arbeidet; at han har efterladt det ufuldført er ikke fordi han ikke troede sig istand til at føre det til Ende.

ABEL har uden Tvivl selv bemærket at Udkastet havde et svagt Punkt i en af de Satser som tjente til Grundlag for Undersøgelsen. Mangelen var nu ikke af større Betydning, end at alle Indvendinger vilde bringes til at falde bort ved en noget mere indgaaende Behandling af disse Satser. Jeg tror at have paavist dette i Noterne til 2den Udgave og at have givet en tilfredsstillende Udtydning af de Dele af Udkastet, som ikke har faaet nogen fuldstændig Redaktion, saa at der som Resultat kommer ud fuldstændige Beviser for de Satser som ABEL i Indledningen har fremsat om Ligninger hvis Grad er Primtal, Primtalpotens, eller Produkt af indbyrdes forskjellige Primtal. Efter dette skulde Vanskelighederne for ABEL ikke synes saa store. Men lige efter Sygdommen har han kanske set dem større end de virkelig var, og ialfald kan Bevidstheden om at han maatte omgjøre, hvad han havde skrevet, frembragt Ønsket om at faa bedre Tid og større Kræfter til Omarbeidelsen. Men man maa erindre at ABEL i Udkastet, hvor det er fuldstændigt, gaar videre end disse Satser, f. Ex. hvor der tales om Ligninger af Primtalgrad. Har han villet gaa videre ogsaa naar Graden er Primtalpotens, saa var Vanskelighederne i Sandhed store; man sammenligne blot JORDAN's Traité. Men derom ved vi intet.

ABELS Helbred er nok gaaet hurtig ned i Aaret 1828. Han synes slet ikke at have taalt sine Reiser. Han var syg i nogle Dage strax efter sin Ankomst til Froland om Sommeren; ved Tilbagekomsten til Kristiania blev han igjen syg, og nu alvorlig. Men han sparte sig ikke for Arbeide. I Aaret 1828 har han skrevet over Tredieparten af alt det som indeholdes i 2den Udgave af hans Verker, og deraf igjen den sidste Afhandling om elliptiske Funktioner efter September Maaned, da han havde faaet Advarsel mod Overanstrengelse. Det er ingen Tvivl om at alt dette Arbeide har bidraget til at forkorte hans Liv. Da han

ved Juletider kom til Froland, blev han sengeliggende af sin sidste Sygdom. Lungebetændelsen blev vistnok hævet, men efterlod stor Svaghed; Tuberkulosen sad igjen og den dræbte ham. Det er haardt at tænke paa at den, som havde saa meget at udrette, skulde gaa bort saa tidlig. Men selv om han havde undgaaet den fatale Lungebetændelse, saa er det kanske ikke saa sikkert, at den helseløse Mands Stilling som Professor i Berlin, indkaldt, som det jo synes efter adskillig Modstand og dertil med store Forventninger, var bleven let og behagelig.

Men *et* forsonende Moment er der dog i ABELS sørgelige Historie, han gik bort med Bevistheden om at hans Fortjenester af Videnskaben var fuldt ud anerkjendte.