THE ABEL PRIZE 2015

La Academia Noruega de Ciencias y Letras ha resuelto conceder el Premio Abel 2015 a **John F. Nash, Jr**, Universidad de Princeton, y **Louis Nirenberg**, Instituto Courant de Ciencias Matemáticas, Universidad de Nueva York,

«por sus contribuciones fundamentales y destacadas a la teoría de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no lineales y sus aplicaciones al Análisis geométrico.»

Las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales se utilizan para describir las leyes básicas de los fenómenos de Física, Química, Biología y otras ciencias. Son asimismo útiles para el análisis de objetos geométricos, según lo demuestran los numerosos éxitos de las últimas décadas.

John Nash y Louis Nirenberg han desempeñado un papel determinante en el desarrollo de esta teoría mediante la solución de problemas fundamentales y la introducción de profundas ideas. Sus descubrimientos han dado lugar a técnicas vérsatiles y robustas, que se han convertido en herramientas esenciales para el estudio de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no lineales. Es patente su influencia en todas las ramas de la teoría, desde los resultados fundamentales de existencia hasta el estudio cualitativo de las soluciones, tanto en situaciones regulares como no regulares. Sus resultados son de interés también para el análisis numérico de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Los teoremas de inmersión isométrica, que muestran la posibilidad de realizar una geometría intrínseca como subvariedad del espacio euclídeo, han dado lugar a algunos de estos desarrollos. Los teoremas de inmersión de Nash forman parte de los resultados más originales del Análisis geométrico en el siglo XX. Al demostrar que toda geometría riemmaniana puede ser realizada de manera regular como una subvariedad del espacio euclídeo, el Teorema de Nash para funciones suaves (de clase C^∞) establece la equivalencia del punto de vista intrínseco de Riemann con el enfoque extrínseco, más antiguo. El Teorema de inmersion de Nash para funciones no suaves (de clase C^1), mejorado por Kuiper, muestra la posibilidad de realizar inmersiones que, a primera vista, parecen estar prohibidas por invariantes geométricos como la curvatura de Gauss; este teorema constituye el núcleo de toda la Teoría de la integración convexa de Gromov, y ha inspirado también espectaculares avances recientes en la comprensión de la regularidad de los fluidos incompresibles. Con sus teoremas fundamentales de inmersión de la esfera S^2 en R^3, habiendo prescrito la curvatura gaussiana o la métrica riemanniana, Nirenberg resolvió los problemas clásicos de Minkowski y Weyl (el último, abordado simultáneamente por Pogorelov). Estas soluciones fueron importantes, dado que los problemas representaban un área en plena expansión y que los métodos desarrollados eran idóneos para otras muchas aplicaciones.

El trabajo de Nash acerca de la realización de las variedades en tanto que variedades algebraicas reales y el Teorema de Newlander-Nirenberg sobre las estructuras complejas ilustran igualmente la influencia de ambos galardonados en Geometría.

Los problemas de regularidad son una preocupación cotidiana en el estudio de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, unas veces con motivo de pruebas rigurosas y, otras, por los valiosos conocimientos cualitativos que proporcionan sobre las soluciones. Constituyó un gran avance en este campo que Nash, paralelamente a De Giorgi, demostrara las primeras estimaciones de Hölder para soluciones de las ecuaciones elípticas lineales en dimensiones generales sin ninguna hipótesis de regularidad sobre los coeficientes; una de sus consecuencias fue proporcionar solución al décimonoveno problema de Hilbert sobre la analicidad de los mínimos de funcionales integrales analíticos elípticos. Pocos años después de la prueba aportada por Nash, estableció Nirenberg, conjuntamente con Agmon y Douglis, varias estimaciones de regularidad innovadoras para soluciones de ecuaciones elípticas lineales con datos en L^p que amplían la teoría clásica de Schauder y son sumamente útiles en aplicaciones en las que tales condiciones de integrabilidad de los datos son disponibles. Estos trabajos conforman la base de la teoría moderna de regularidad, que ha conocido un desarrollo fulgurante desde entonces, con aplicaciones en Análisis, en Geometría y en Probabilidad, incluso en situaciones muy poco regulares.

Las propiedades de simetría proporcionan también información esencial sobre las soluciones de las ecuaciones diferenciales en derivadas no lineales, tanto para su estudio cualitativo como para simplificar los cálculos numéricos. Uno de los resultados más espectaculares en el área lo obtuvo Nirenberg en colaboración con Gidas y Ni; juntos demostraron que toda solución positiva de una clase importante de ecuaciones elípticas no lineales posee las propiedades de simetría idénticas a las que están presentes en la propia ecuación.

Lejos de limitarse a resolver los problemas para los que fueron concebidos, los resultados probados por Nash y Nirenberg se han convertido en unas herramientas muy útiles, con numerosas aplicaciones en otros contextos. Entre las herramientas más populares se encuentran las desigualdades de interpolación debidas a Nirenberg, entre ellas las desigualdades de Gagliardo-Nirenberg y la desigualdad de John-Nirenberg. Ésta última mide hasta qué punto una función de oscilación media acotada puede desviarse de su media, y expresa la dualidad inesperada entre el espacio BMO y el espacio de Hardy H^1. La teoría de regularidad de soluciones de ecuaciones elípticas y parabólicas de Nash-De Giorgi-Moser y la desigualdad de Nash (probada en primer lugar por Stein) se han convertido en herramientas fundamentales para el estudio de los semigrupos probabilísticos en todo tipo de situaciones, desde los espacios euclídeos hasta las variedades suaves y los espacios métricos. El Teorema de la función inversa de Nash-Moser es un método perturbativo muy eficaz para resolver ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no lineales de todo tipo. Aunque no quepa reseñar íntegramente el impacto generalizado de Nash y Nirenberg sobre la ‘caja de herramientas’ moderna de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no lineales, se debe también mencionar aquí la teoría de operadores pseudodiferenciales de Kohn-Nirenberg.

Aparte de ser, a título individual, figuras impresionantes en el análisis de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, Nash y Nirenberg se influyeron mutuamente a través de sus contribuciones e interacciones. Los resultados de tan fructífero diálogo, iniciado en la década de los 50 en el Instituto Courant de Ciencias Matemáticas, se dejan ver actualmente con mayor intensidad que nunca.