



© Peter Badge/Typos 1 in coop. with the HLF – all rights reserved 2015

John Forbes Nash Jr.

John F. Nash Jr. fait partie d'une poignée de mathématiciens connus au-delà du monde universitaire en raison du film de 2001 réalisé sur sa personne, *Un homme d'exception (A Beautiful Mind)*, adapté de la biographie bestseller de Sylvia Nasar « Un cerveau d'exception ». Ce film qui a remporté un Oscar romançait le parcours de Nash de la période où il était un brillant étudiant à Princeton jusqu'à son prix Nobel d'économie en 1994.

Inévitablement, la version Hollywoodienne de la vie de Nash différait de la réalité sur de nombreux points. En particulier, le film se concentrait sur ses résultats précoces dans le domaine de la théorie des jeux qui ont des applications en économie et, dans le même temps, omettait ses recherches dans le domaine de la géométrie et des équations aux dérivées partielles que la communauté des mathématiques considère pourtant comme son travail le plus important et le plus profond.

John Forbes Nash Jr. est né en 1928 à Bluefield (Virginie occidentale), une petite ville isolée de la région des Appalaches. Son père était ingénieur électrique dans la compagnie d'électricité locale et sa mère institutrice. Il est entré à l'institut Carnegie de technologie de Pittsburgh (appelé aujourd'hui université Carnegie Mellon) grâce à une bourse d'étude complète, étudiant à l'origine en se spécialisant en génie chimique avant de bifurquer vers la chimie et finalement de s'orienter vers les mathématiques.

À Carnegie, Nash suivit un cours facultatif d'économie qui inspira sa première contribution, *The Bargaining*

Problem (Le problème de la négociation), qu'il écrivit au second semestre en tant qu'étudiant diplômé à l'université de Princeton. Ce document l'a amené à s'intéresser au nouveau domaine de la théorie des jeux (les mathématiques de la prise de décision). La thèse de doctorat de Nash, *Non-Cooperative Games (Jeux non-coopératifs)*, est un des textes fondateurs de la théorie des jeux. Il y introduisait le concept d'équilibre des jeux non-coopératifs, « l'équilibre de Nash », qui a eu un impact très important en économie et dans les sciences sociales.

Alors qu'il était à Princeton, Nash a également réalisé sa première découverte capitale dans les mathématiques pures. Il l'a décrit comme « une belle découverte relative à la géométrie des variétés et aux variétés algébriques réelles ». En deux mots, le théorème montre que toute la géométrie des variétés, un objet topologique comme une surface, peut être décrite par une variété algébrique, un objet géométrique défini par des équations, d'une manière beaucoup plus concise que ce qui avait été précédemment imaginé comme possible. Ce résultat était déjà à l'époque perçu par ses pairs comme un travail important et remarquable.

En 1951, Nash a quitté Princeton pour prendre un poste de professeur au MIT. Là-bas, il commença à s'intéresser au problème de l'intégration de Riemann qui demande s'il est possible d'intégrer une géométrie des variétés avec des règles spécifiques sur la distance dans un espace euclidien de dimension n de sorte que ces



règles soient maintenues. Nash a fourni deux théorèmes qui ont démontré que la réponse était positive : le premier lorsque la technique de lissage était ignorée et le second dans une configuration qui maintenait le lissage.

Afin de démontrer son second théorème de l'intégration, Nash devait résoudre des séries d'équations aux dérivées partielles qui, jusqu'à présent, avaient été considérées comme impossibles à résoudre. Il a conçu une technique itérative qui était alors modifiée par Jürgen Moser et qui est dorénavant connue comme le théorème Nash–Moser.

Le lauréat du prix Abel, Mikhaïl Gromov, a déclaré : « Ce que Nash a fait en géométrie est, de mon point de vue, autrement plus impressionnant que ce qu'il a pu réaliser en économie, et de très loin. Ses découvertes ont représenté un changement incroyable d'attitude sur la manière de penser en termes de géométrie des variétés. Vous pouvez les prendre à mains nues, et ce que vous faites peut être beaucoup plus fort que ce que vous pouvez réaliser de manière traditionnelle ».

Au début des années 1950, Nash travaillait comme consultant pour la société RAND, un groupe de réflexion civil financé par l'armée situé à Santa Monica en Californie. Il a passé quelques étés là-bas, où son travail sur la théorie des jeux a trouvé des applications dans la stratégie militaire et diplomatique des États-Unis.

Nash a obtenu une des premières bourses de la fondation Sloan en 1956 et a choisi de prendre une année sabbatique à l'institut d'études avancées de Princeton. Il s'est basé non pas à Princeton, mais à New York, où il a passé la plupart de son temps à l'institut de mathématiques appliquées naissant de Richard Courant à l'université de New York. C'est ici que Nash fit la rencontre de Louis Nirenberg qui lui suggéra de travailler sur un problème ouvert majeur de théorie non linéaire concernant les inégalités

associées à des équations aux dérivées partielles de types elliptiques. En seulement quelques mois, Nash a apporté la preuve de l'existence de ces inégalités. Ce qu'il ne savait pas, c'est qu'un mathématicien italien du nom d'Ennio De Giorgi avait déjà prouvé cela en utilisant une méthode différente, et le résultat est ainsi connu sous le nom de théorème de Nash-De Giorgi.

Nash n'était pas un spécialiste. Il travaillait seul, et se délectait de résoudre de fameux problèmes ouverts, apportant souvent des manières complètement novatrices de penser. Louis Nirenberg disait en 2002 : « Il y a environ vingt ans, quelqu'un m'a demandé, « Existe-t-il des mathématiciens que vous considéreriez comme étant des génies ? » J'ai dit, « Il y en a un qui me vient à l'esprit, et c'est John Nash... » Il était doté d'un esprit remarquable. Il pensait différemment des autres gens ».

En 1957, Nash s'est marié à Alicia Larde, une étudiante en physique qu'il avait rencontrée au MIT. En 1959, lorsqu'Alicia était enceinte de leur fils, Nash commença à souffrir de délires et d'extrême paranoïa et, par conséquent, démissionna de la faculté du MIT. Durant les trente années suivantes, Nash n'est parvenu à mener des recherches mathématiques sérieuses que durant de brèves périodes de lucidité. Sa santé s'améliora progressivement et autour des années 1990, son état mental était redevenu normal.

Durant les années 1990, il a également reçu un certain nombre de distinctions pour son travail. Il a ainsi remporté le prix Nobel 1994 en sciences économiques (en mémoire d'Alfred Nobel) qu'il a partagé avec John C. Harsanyi et Reinhard Selten, fut élu membre de l'académie nationale des sciences en 1996, et remporta en 1999 le prix Steele de la société mathématique américaine pour sa contribution fondamentale à la recherche pour son théorème de l'intégration de 1956 (partagé avec Michael G. Crandall).

